

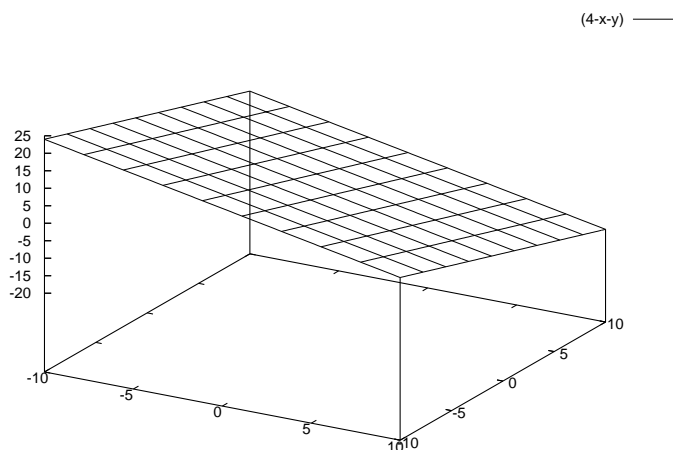
O drugim zadaniu testowym .

Zadanie 140 - testy

Objętość bryły ograniczonej płaszczyznami, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 4$ wynosi:

Rozwiązanie

Zauważmy, że obszarem całkowania jest trójkąt prostokątny o bokach długości 4 położony w płaszczyźnie Oxy (rys).



Rysunek 1: Wykres funkcji $f(x, y) = 4 - x - y$

Mamy obliczyć

$$\int \int_T (4 - x - y)^2 (dxdy)$$

gdzie zbiór

$$T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x < 4, 0 < y < 4 - x\}$$

jest trójkątem.

Stosując twierdzenie Tonellego (bo funkcja podcałkowa w rozpatrywanym zbiorze T przyjmuje wartości dodatnie), otrzymujemy

$$\begin{aligned}
\int \int_T (4-x-y)l^2(dx dy) &= \int_0^4 \int_0^{4-x} (4-x-y)l(dy)l(dx) = \int_0^4 (4y-xy-y^2)/2 \Big|_0^{4-x} l(dx) \\
&= \int_0^4 4(4-x)-x(4-x)-(4-x)^2/2l(dx) = \int_0^4 ((4-x)(4-x)/2)l(dx) = \frac{1}{2} \int_0^4 (4-x)^2l(dx) \\
&= -\frac{(4-x)^3}{6} \Big|_0^4 = 0 + \frac{64}{6} = \frac{32}{3}
\end{aligned}$$