

Szeregi liczbowe

Definicja szeregu i szeregu zbieżnego

Niech (a_n) będzie dowolnym ciągiem liczb rzeczywistych. *Szeregiem* o wyrazach a_0, a_1, a_2, \dots nazywamy ciąg, którego kolejnymi wyrazami są sumy początkowych wyrazów ciągu (a_n) : $s_0 = a_0, s_1 = a_0 + a_1, s_2 = a_0 + a_1 + a_2, \dots$

Liczby s_0, s_1, s_2, \dots nazywamy *sumami częściowymi* szeregu o wyrazach a_0, a_1, a_2, \dots

Szereg o wyrazach a_0, a_1, a_2, \dots oznaczamy symbolem $a_0 + a_1 + a_2 + \dots$ lub symbolem $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$, czasem też $\sum a_n$, jeśli nie jest istotne od jakiego wyrazu rozpoczynamy sumowanie. Jeśli ciąg sum częściowych ma granicę, to nazywamy ją *sumą* szeregu, jeśli suma szeregu jest skończona to szereg nazywamy *zbieżnym* jeśli suma szeregu jest nieskończona lub jeśli ciąg sum częściowych nie ma granicy to szereg nazywamy *rozbieżnym*. Jeśli szereg ma sumę skończoną lub nieskończoną, to oznaczamy ją tak samo jak szereg, $a_0 + a_1 + a_2 + \dots$ lub $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

Z doświadczenia wynika, że w tym przypadku pewna dwuznaczność oznaczeń nie prowadzi do nieporozumień, a nawet jest ułatwieniem.

Tak jak w przypadku ciągów numerację wyrazów można zaczynać od dowolnej liczby całkowitej. Jeśli na przykład rozpoczynamy od liczby k , to stosujemy oznaczenie $a_k + a_{k+1} + \dots$ lub $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$.